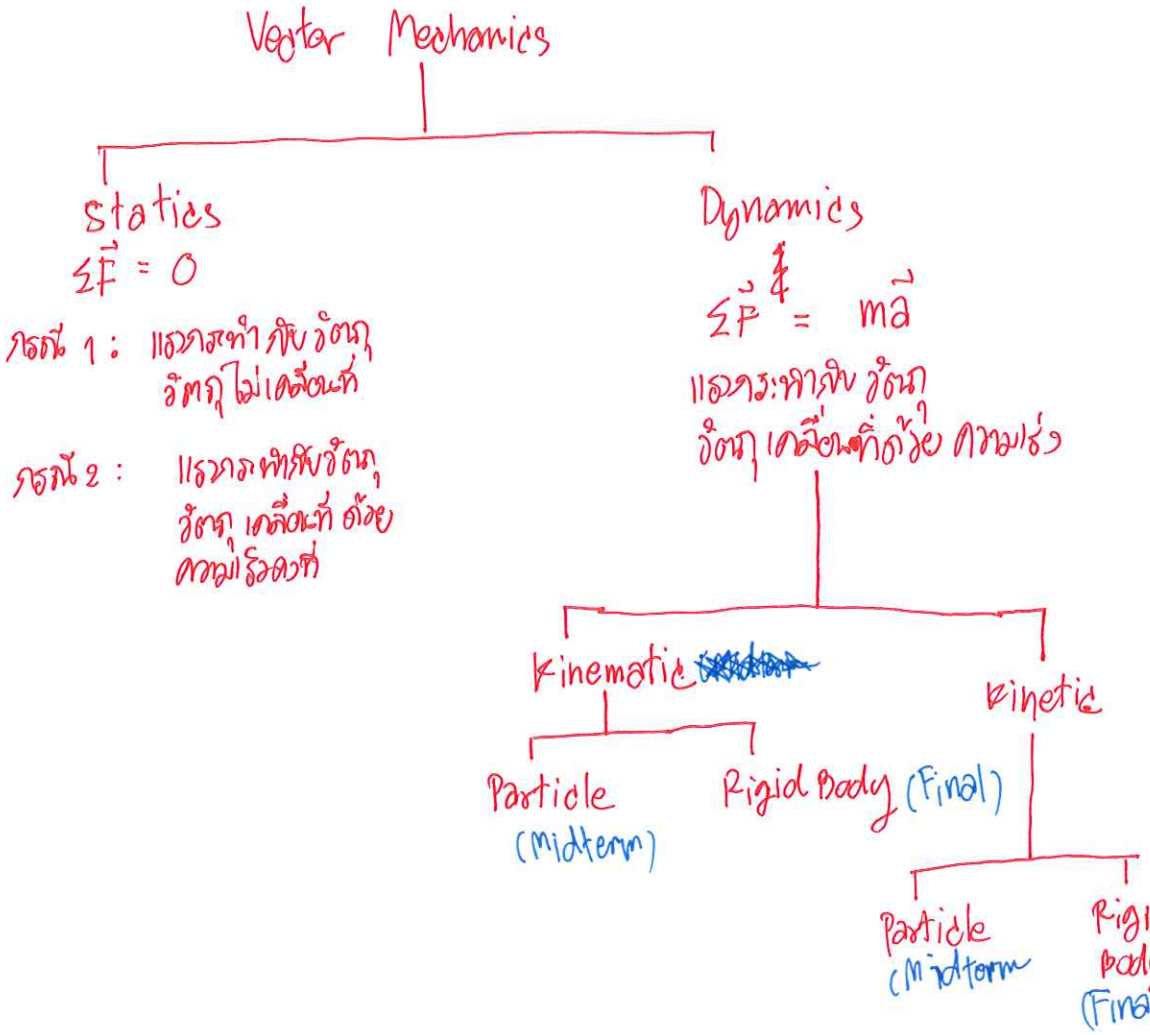
Kinematic : • ศึกษาการเคลื่อนที่ของวัตถุ (Object) โดยยังไม่ต้องพิจารณาแรงที่กระทำ
• เน้นการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่าง Position, Velocity, Acceleration และ Time

Kinetic : ศึกษาการเคลื่อนที่ของวัตถุ โดยพิจารณาแรงที่มากระทำ

Particle : วัตถุที่รูปร่าง (รูปทรง) ไม่ส่งผลต่อการเคลื่อนที่

Rigid Body : วัตถุที่รูปร่างมีผลต่อลักษณะการเคลื่อนที่

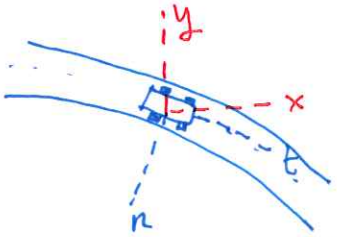


chapter 11 : Kinematics of Particles

เนื้อหาประกอบด้วย

1. Rectilinear motion (การเคลื่อนที่อิสระ) ⇒ 1D Motion

2. Curvilinear motion (การเคลื่อนที่วิถีโค้ง)



→ Rectangular components

Unit vector : $\vec{i}, \vec{j}$

$|\vec{i}| = |\vec{j}| = 1$

→ Normal and Tangential components (n, t)

Unit vector : $\vec{e}_n, \vec{e}_t$

$|\vec{e}_n| = |\vec{e}_t| = 1$

→ Radial and Transverse components (r, θ)

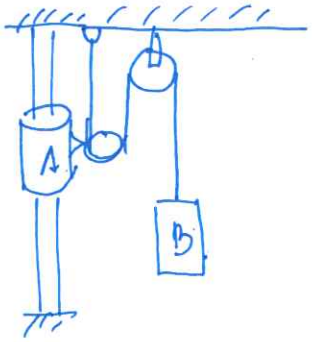
(Polar components)

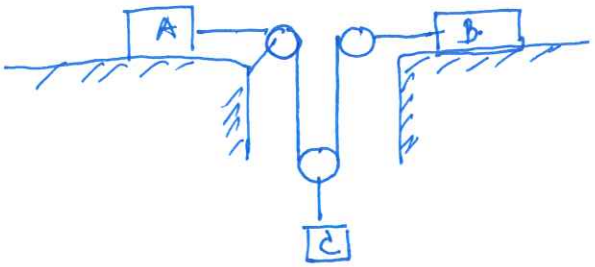
Unit vector : $\vec{e}_r, \vec{e}_\theta$

$|\vec{e}_r| = |\vec{e}_\theta| = 1$

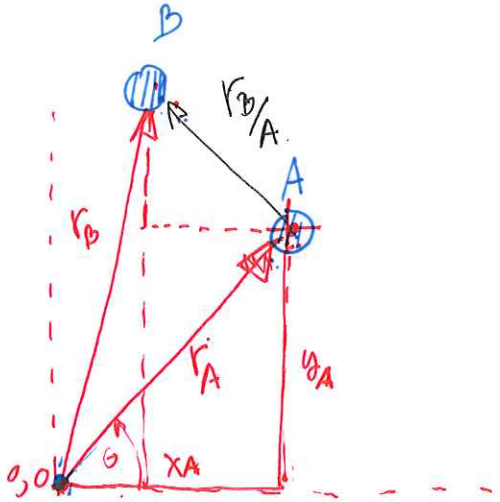
3. Constrainted Motion (การเคลื่อนที่ขึ้นต่อกัน)

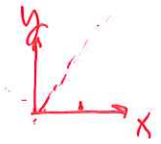
Dependant Motion





4 Relative Motion (การเคลื่อนที่สัมพัทธ์)





$$\vec{r}_A + \vec{r}_{B/A} = \vec{r}_B$$

$$\vec{r}_{B/A} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$$

$$\vec{v}_{B/A} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$$

$$\vec{a}_{B/A} = \vec{a}_B - \vec{a}_A$$

- Rectilinear Motion

ในหัวข้อนี้ เป็นการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่าง Position (s), Velocity (v), Acceleration (a) และ Time (t)

$$v = \frac{ds}{dt}, \quad a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}$$

Ex. 11.2

การเคลื่อนที่ของ Particle มีการเปลี่ยนแปลง Position ในแกน x เป็นไปตามสมการ

$$x = 2t^3 - 9t^2 + 12t + 10$$

โดย x มีหน่วยเป็น เมตร , t มีหน่วยเป็น วินาที

เมื่อ v ของ Particle มีค่าเท่ากับ ศูนย์ ; v = ความเร็ว

ต้องการ Position, Acceleration และ Time มีค่าเท่าใด

วิธีทำ

$$\text{Position} : x = 2t^3 - 9t^2 + 12t + 10$$

$$\text{Velocity} : v = \frac{dx}{dt} = 6t^2 - 18t + 12$$

$$\text{Acceleration} : a = \frac{dv}{dt} = 12t - 18$$

จาก t เมื่อ $v = 0$

$$0 = 6t^2 - 18t + 12$$

$$0 = (3t - 6)(2t - 2)$$

$$t = 2, 1 \text{ Seconds} \quad *$$

เมื่อ $t = 1$

$$x_{t=1} = 2(1)^3 - 9(1)^2 + 12(1) + 10$$

$$= 15 \text{ m} \quad *$$

$$a_{t=1} = 12(1) - 18$$

$$= -6 \text{ m/s}^2 \quad *$$

เมื่อ $t = 2$

$$x_{t=2} = 2(2)^3 - 9(2)^2 + 12(2) + 10$$

$$= 14 \text{ m} \quad *$$

$$a_{t=2} = 12(2) - 18$$

$$= 6 \text{ m/s}^2 \quad *$$

Ex 11.5

การเคลื่อนที่ของ Particle มีการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งเป็นไปตามสมการ

$$x = 6t^4 - 2t^3 + 3t + 3$$

โดยที่ x มีหน่วยเป็น meter , t มีหน่วยเป็น Seconds.

จงหา Time (t), Position (x), Velocity (v) เมื่อ $a = 0$

วิธีทำ

Position : $x = 6t^4 - 2t^3 + 3t + 3$

Velocity : $v = \frac{dx}{dt} = 24t^3 - 6t^2 + 3$

Acceleration : $a = \frac{dv}{dt} = 72t^2 - 12t$

เมื่อ $a = 0 \rightarrow t = ?$

$$0 = 72t^2 - 12t$$

$$0 = t(72t - 12)$$

$$0 = 72t - 12$$

$$t = \frac{12}{72} = 0.17$$

เมื่อ $t = 0.7$ วินาที

$$x_{t=0.17} = 6(0.17)^4 - 2(0.17)^3 + 3(0.17) + 3 = 3.505 \text{ m}$$

$$v_{t=0.17} = 24(0.17)^3 - 6(0.17)^2 + 3 = 2.9445 \text{ m}$$

- อนุภาค (Particle) เคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงที่ (a = คงที่)

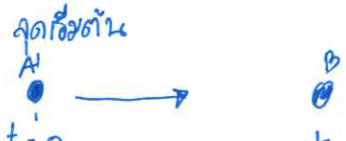
จาก นิยาม ~~$v = \frac{ds}{dt}$~~

$$\boxed{\begin{aligned} v &= \frac{ds}{dt} \\ a &= \frac{dv}{dt} \end{aligned}} \Rightarrow dt = \frac{dv}{a}$$

$$v = \frac{ds}{dv/a}$$

$$v = \frac{a\,ds}{dv}$$

$$\int_u^v v\,dv = \int_0^s a\,ds = a\int_0^s ds$$



$$\frac{v^2}{2}\Big|_u^v = as$$

$$\frac{v^2}{2} - \frac{u^2}{2} = as$$

$$\boxed{v^2 = u^2 + 2as}$$

จาก $a = \frac{dv}{dt}$

$$\int_0^t a\,dt = \int_u^v dv$$

$$at = v - u$$

$$\boxed{v = u + at}$$

จาก $v = \frac{ds}{dt}$; $v = u + at$

$$\int_0^t [u + at]\, dt = \int_0^s ds$$

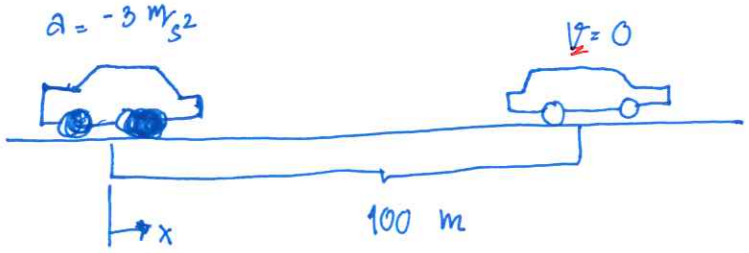
$$\int_0^t u\, dt + \int_0^t at\, dt = \int_0^s ds \quad ; u = \text{ความเร็วต้น}$$

$$ut + \frac{at^2}{2} = s$$

$$\boxed{s = ut + \frac{1}{2}at^2}$$

Ex 11.9

รถยนต์วิ่งด้วยความเร็ว v_0 เมื่อเหยียบเบรค ความเร็วลดลงด้วยอัตรา $3\ m/s^2$ ถ้ารู้ว่า รถยนต์มีความเร็วเป็นศูนย์ เมื่อเคลื่อนที่ได้ระยะ 100 m นับจากการเหยียบเบรค



จงหา ความเร็ว v_0 (u), เวลา ที่ใช้ในการเหยียบเบรค จนกระทั่งรถหยุด ($v = 0$) (t)

วิธีทำ

Particle ⇒ รถยนต์

กรณี เคลื่อนที่ ด้วย ความเร่งคงที่ (a = คงที่)

$s = ut + \frac{1}{2}at^2$; $u = v_0$

$v = u + at$ ⇒ $0 = 24.49 + (-3)t$ ⇒ $t = 8.16\ s$ ✱

$v^2 = u^2 + 2as$ ⇒ $0^2 = u^2 + 2(-3)(100)$

$u = v_0 = 24.49\ m/s = 88.164\ km/h$ ✱

Quiz

Position : $x = 5t^3 + \sin(2t)$; x in meter, t in seconds

Velocity, Acceleration bei $t = 1\ s$

Velocity : $v = \frac{dx}{dt} =$ _____

Acceleration : $a = \frac{dv}{dt} =$ _____

$v(t=1)$ = _____

$a(t=1)$ = _____